МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Рыбинский государственный авиационный технический университет
имени П. А. Соловьева»

Отдел аспирантуры
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке и инновациям
д-р техн. наук, профессор
Кожина Т.Д.

____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине
ОД.А.03 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
для аспирантов очной формы обучения специальности
010102 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Виды занятий	Количество часов	Количество зачётных единиц
Лекции	9	0,25
Практические занятия	9	0,25
Самостоятельная работа	54	1,5
Всего часов	72	2
Форма контроля	экзамен	экзамен

Рабочую программу составил
кандидат физ.-мат. наук Башкин М.А.

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики, протокол № ___ от ____________ 2011 г.

Зав. кафедрой ____________
д-р техн. наук

Рыбинск 2011

Настоящая программа составлена на основании паспорта специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление номенклатуры специальностей научных работников, учебного плана и временных требований к основной образовательной программе послевузовского профессионального образования по отрасли 01.00.00 «Физико-математические науки» (регистрационный номер 01.00.00 ВТ ППО-2002).

Цель изучения дисциплины заключается в том, чтобы дать необходимые математические знания, воспитать математическую культуру и развить навыки математического и логического мышления, способствующие использованию знаний в профессиональной деятельности, подготовка к сдаче кандидатского экзамена

Основные задачи дисциплины: привить способность порождать новые идеи, работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху, к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности, публично представить собственные новые научные результаты.

1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Введение.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются:
знание математики в объеме полного высшего образования,
умение применять полученные знания в области математики,
владение математическим языком.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания вузовского курса математики и формирует основу для сдачи кандидатского экзамена по специальности.

2. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В результате освоения дисциплины обучаемый должен
знать:
основные математические понятия, разделы курса и взаимосвязь между ними, основные математические методы,
уметь:
применять полученные знания и математические методы в других дисциплинах и при решении прикладных задач,
владеть:

современным математическим языком, навыками использования основных методов, получения дополнительных знаний и реализация методов с помощью компьютерной техники.

3. Содержание (дидактика) дисциплины.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
2. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
3. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
4. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
5. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.
6. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
7. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
8. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
9. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
10. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.
11. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
12. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

13. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
14. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
15. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
16. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
17. Пространства Соболева Wpm . Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области.
18. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
19. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
20. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
21. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
22. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

4. Перечень лекций.

№ лекции	Объем, часов лекций	Тема лекции: содержание лекции
1	1	Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
2	2	Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению. Задачи оптимального управления. Принцип максимума

		Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.
3	2	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
4	2	Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.).
5	2	Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.). Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.). Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье. Пространства Соболева Wpm . Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ занятия	**Объем, часов пр. занятий**	**Тема практического занятия (содержание)**
1	1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
2	1	Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

3	1	Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики.
4	2	Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
5	4	Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения. Псевдо-дифференциальные операторы (определение, основные свойства). Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

3. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основное пособие:

Владимиров В.С., Жаринов В.В. - Уравнения математической физики. - М.: Физматлит, 2000.

Дополнительная литература:

1. Лионс Ж.-Л. - Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. - М.: Мир, 1972.

2. Михайлов В.П. - Дифференциальные уравнения в частных производных. - М.: Наука, 1983.

3. Пикулин В.П., Похожаев С.И. - Практический курс по уравнениям математической физики. - М.: Наука, 1995.

4. Понтрягин Л.С. - Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1998 (и последующие издания).

5. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1963 (и последующие издания).

6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. - Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 1953 (и последующие издания).

7. Трикоми Ф. - Дифференциальные уравнения. - М.: Изд-во иностр. лит., 1962.

8. Федорюк М.В. - Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1980.
9. Филиппов А.Ф. - Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. - М.: Физматлит., 1985.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ АСПИРАНТАМ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 72 часа, из них 18 часов аудиторных занятий и 54 часа, отведенных на самостоятельную работу.

Рекомендации аспирантам по видам самостоятельной работы приведены в таблице:

Вид работы	Рекомендации
Подготовка к лекции	Знакомство с теоретическим материалом по источникам, указанным в разделе 3
Письменные домашние задания	Выполняются с использованием источников 1,3,5, указанных в разделе 3
Контрольная работа	Подготовка по источникам, указанным в разделе 3
Текущая работа	В соответствии с указаниями и рекомендациями преподавателя

5. СПИСОК ВОПРОСОВ НА ЭКЗАМЕН

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
2. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
3. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
4. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

5. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.
6. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
7. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
8. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
9. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
10. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.
11. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
12. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
13. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
14. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
15. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
16. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
17. Пространства Соболева Wpm . Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области.

18. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
19. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
20. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
21. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
22. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ САМОПРОВЕРКИ

1. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
2. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения.
3. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
4. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
5. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
6. Характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны.
7. Характеристики.